

ගණිත හිලිම්පියාඩ් තරගාවලිය
ජාතික මට්ටමේ පුහුණු සංවිනයට තෝරාගැනීමේ පරීක්ෂණය - 2017

පොදු උපදෙස්

විභාග අංකය

2017 /Oly /III /.....

ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. කොටස් දෙකෙහි ම සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

එක් එක් ප්‍රශ්නය යටතේ ඇති තිත් ඉර මත පිළිතුරු සැපයිය යුතු අතර ඒකක සඳහන් කළ යුතු අවස්ථාවල අනිවාර්යයෙන් ම පිළිතුරු යටතේ ඒකක ද සඳහන් කළ යුතු බව සලකන්න

I කොටස - (ප්‍රශ්න 15කි)

- එක් එක් ප්‍රශ්නය යටතේ ඇති තිත් ඉර මත පිළිතුරු සැපයිය යුතු අතර ඒකක සඳහන් කළ යුතු අවස්ථාවල අනිවාර්යයෙන්ම පිළිතුරු යටතේ ඒකක ද සඳහන් කළ යුතු බව සලකන්න

II කොටස - (ප්‍රශ්න 2කි)

- සපයා ඇති කඩදාසිවල පිළිතුරු සපයන්න. සෑම කඩදාසියක ම දකුණු පස ඉහළ කෙළවර විභාග අංකය ලියන්න.
- පිළිතුරු ලබා ගන්නා ආකාරය පියවර වශයෙන් ලියා දැක්විය යුතු ය. අපැහැදිලි පිළිතුරු සඳහා ලකුණු නොලැබේ.

රූප සටහන් ඇඳ ඇත්තේ පරිමාණයට ම නොවේ

කාලය : පැය 1 මිනිත්තු 30

I කොටස

1. $2017^1 + 2017^2 + 2017^3 + \dots + 2017^{2017}$ එකස්ථානයේ ඇති ඉලක්කම් කුමක් ද?

පිළිතුර:

2. පහත සමීකරණය තෘප්ත වන පරිදි පවතින සියලු x තෘත්වික සංඛ්‍යා සොයන්න.

$$(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$$

පිළිතුර:

3. m සහ n යන ධනපූර්ණ සංඛ්‍යා පහත සමීකරණය තෘප්ත කරයි.

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{10 \times 12} + \frac{1}{12 \times 14} + \frac{1}{14 \times 16} + \dots + \frac{1}{2016 \times 2018}$$

$m + n$ සඳහා පැවතිය හැකි කුඩාතම අගය කීය ද?

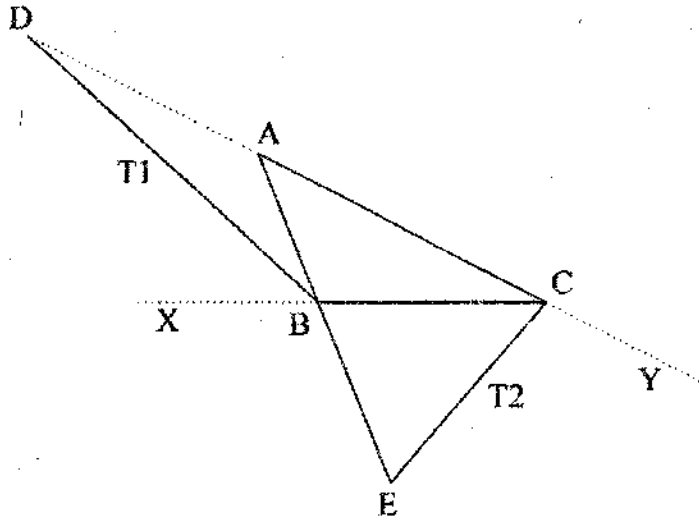
පිළිතුර:

4. a හා b ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා 2කි. $a > b$ වේ. $2017 = a^3 + 2b^3$ වන පරිදි a සහ b සඳහා අගයන් සොයන්න.

පිළිතුර: a b

5. ABC ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණ සමවිෂේදක දෙක වන T1 හා T2 BC පාදයට සමාන වේ. එනම් XBA කෝණයේ කෝණ සමවිෂේදකය BD ද BCY කෝණයේ කෝණ සමවිෂේදකය EC ද වේ. තවද $BD = BC = CE$ වේ නම් පහත කෝණ ගණනය කරන්න.

පිළිතුර: $\hat{BAC} = \dots\dots\dots$, $\hat{ABC} = \dots\dots\dots$, $\hat{ACB} = \dots\dots\dots$



6. $x = \frac{13}{\sqrt{19+8\sqrt{3}}}$ යැයි සලකා, පහත ප්‍රකාශනය සඳහා ලබාගත හැකි අගය ගණනය කරන්න.

$$\frac{x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 18x + 23}{x^2 - 8x + 15}$$

පිළිතුර: $\dots\dots\dots$

7. $\sqrt[3]{999999 + 1999999}$ අගය සොයන්න

පිළිතුර: $\dots\dots\dots$

8. එක්තරා රාත්‍රී හෝපන් සංග්‍රහයකට පිරිමි 03 දෙනෙකු සහ ගැහැණු 03 දෙනෙකු සහභාගී වන අතර ඔවුන් වෘත්තාකාර මේසයක් වටා ඉදගත යුතුව ඇත.

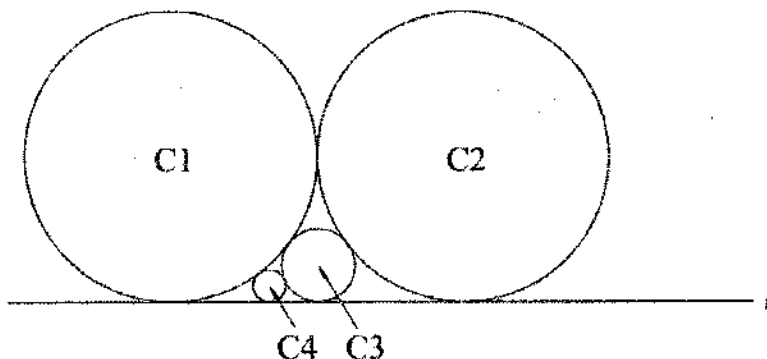
- a) එකිනෙකට වෙනස් ලෙස ඔවුනට ඉදගත හැකි විවිධ ආකාර කොපමණ සංඛ්‍යාවක් තිබේ ද?

පිළිතුර: $\dots\dots\dots$

- b) පිරිමි අය සහ ගැහැණු අය මාරුවෙන් මාරුවට ඉදගෙන සිටීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

පිළිතුර: $\dots\dots\dots$

9. පහත රූපයේ C_1 හා C_2 වෘත්තවල අරය 360cm බැගින් වන අතර ඒවා එකිනෙකට ස්පර්ශ වෙමින් l රේඛාව ද ස්පර්ශ කරයි. තව ද C_3 වෘත්තය C_1 , C_2 වෘත්ත ස්පර්ශ කරමින් l රේඛාව ස්පර්ශ කරන අතර C_4 වෘත්තය C_1 , C_3 වෘත්ත ස්පර්ශ කරමින් l රේඛාව ස්පර්ශ කරයි. C_4 වෘත්තයේ අරය සොයන්න.

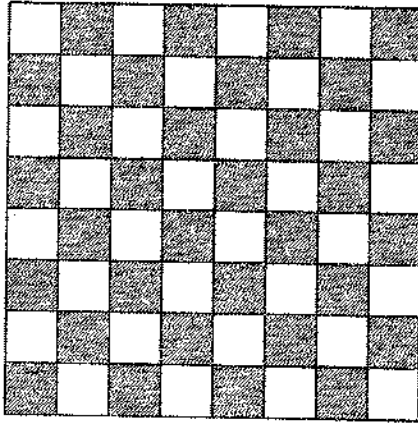


පිළිතුර: $\dots\dots\dots$

10. 1 සිට 200 දක්වා පූර්ණ සංඛ්‍යාවලින් 3 හෝ 5 ගුණාකාර ඉවත්කර ආරෝහණ පටිපාටියට සකස් කළ විට 100 වන ස්ථානයේ ඇති සංඛ්‍යාව කුමක් ද?

පිළිතුර:

11. පහත දක්වා ඇත්තේ වෙස් ක්‍රීඩා පුවරුවක සටහනකි. (කුඩා ම සමචතුරස්‍ර කොටුව $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ වේ)
පහත ඒවා ගණනය කරන්න.

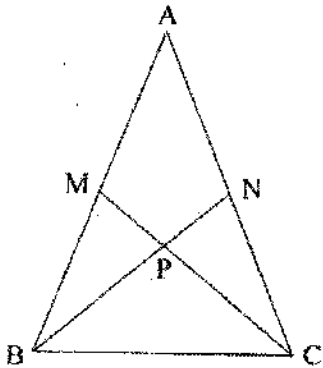


- පිළිතුරු : 1×1 සමචතුරස්‍ර ගණන
 2×2 සමචතුරස්‍ර ගණන
 3×3 සමචතුරස්‍ර ගණන
 4×4 සමචතුරස්‍ර ගණන
 5×5 සමචතුරස්‍ර ගණන
 6×6 සමචතුරස්‍ර ගණන
 7×7 සමචතුරස්‍ර ගණන
 8×8 සමචතුරස්‍ර ගණන

12. ගුරුවරයෙක් 1125, 2925, N යන ධන නිඛිල 3හි කුඩා පොදු ගුණාකාරය ලබා ගැනීමට සිසුන්ට පවරන ලදී. නමුත් එක් සිසුවෙක් 1125 වෙනුවට 1725 ලෙස වැරදියට සටහන් කරගමින් කුඩා පොදු ගුණාකාරය සොයන ලදී. නමුත් නිවැරදි කුඩා පොදු ගුණාකාරය සහ සිසුවා විසින් ගණනය කරන ලද කුඩා පොදු ගුණාකාරය සමාන නම් N සඳහා පවතින කුඩා ම අගය සොයන්න.

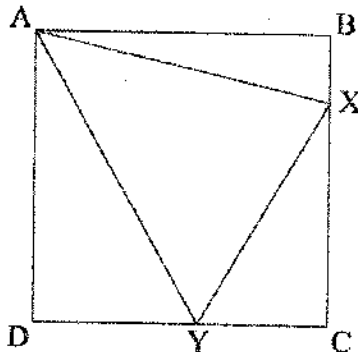
පිළිතුර:

13. පහත ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වන අතර M හා N යනු පිළිවෙළින් AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. CM හා BN එකිනෙකට ලම්බක වන අතර $BC = 20\text{ cm}$ වේ.



- i. $BP : PN$ අනුපාතය කුමක් ද?
 ii. $BP = \sqrt{a}$ වේ නම් a නිඛිලයෙහි අගය කුමක් ද?
 iii. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

14. ABCD සමචතුරස්‍රයේ BC හා DC පාද මත පිළිවෙළින් X හා Y ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $XY = 6\text{cm}$, $AX = 8\text{cm}$ හා $AY = 16\text{cm}$ වන පරිදි ය. ABCD සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $\frac{m}{n}$ ආකාරයට ඉදිරිපත් කළ හැකි ය. මෙහි m හා n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වන අතර පොදු සාධක නොමැත. $m + n$ හි අගය සොයන්න.



පිළිතුර:

15.

- (a) $x \geq 2$ වන පරිදි ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා $f(n)$ ශ්‍රිතය අර්ථ දක්වා ඇත්තේ, x හි එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවල ගුණිතයක් වන ලෙස ය.

උදා : $f(12) = 2 \times 3 = 6$ වේ.

$2 \leq x < 100$ ලෙස හා $f(x) < 10$ වන ලෙස පවතින සියළුම නිඛිල ලියා දක්වන්න.

පිළිතුර:

- (b) සෑම සංකරණයක්ම (පිළියෙළ කිරීමක් ම) ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් වන, $x > 100$ ලෙස පවතින කුඩාම x සංඛ්‍යාව කුමක්ද?

පිළිතුර:

II කොටස

1.

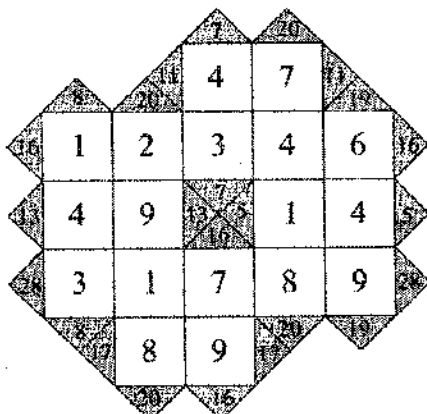
- I. පහත බෙදීමේ ගැටළුවේ 0 සිට 9 තෙක් පූර්ණ සංඛ්‍යා නිවැරදිව යොදන්න.

$$\begin{array}{r}
 80809 \\
 1 \square \square \overline{) 10 \square \square \square \square \square} \\
 \underline{9 \square \square} \\
 10 \square \square \\
 \underline{9 \square \square} \\
 \square \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square \square} \\
 0000
 \end{array}$$

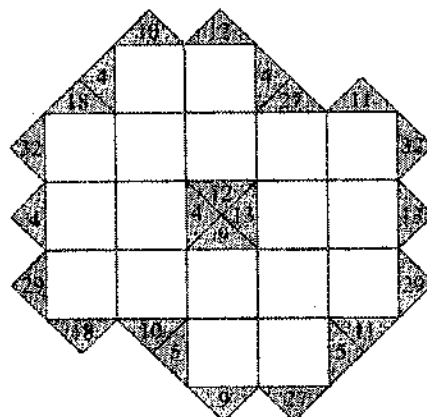
- II. පහත දක්වා ඇති ප්‍රශ්නලිකාවට 0 සිට 9 තෙක් පූර්ණ සංඛ්‍යා පහත රීතිවලට අනුව යොදමින් සම්පූර්ණ කරන්න.

- සෑම පේළියක ම ඇති සංඛ්‍යාවල එකතුව ඊට ඉදිරියෙන් ඇති ත්‍රිකෝණයේ දක්වා ඇත.
- සෑම තීරුවක ම ඇති සංඛ්‍යාවල එකතුව ඊට ඉදිරියෙන් ඇති ත්‍රිකෝණයේ දක්වා ඇත.
- කිසිම පේළියක හෝ තීරුවක එක් සංඛ්‍යාවක් එක් වරකට වඩා නොයෙදිය යුතු ය.

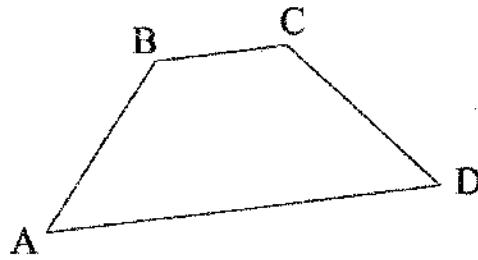
උදාහරණය:



ගැටළුව:

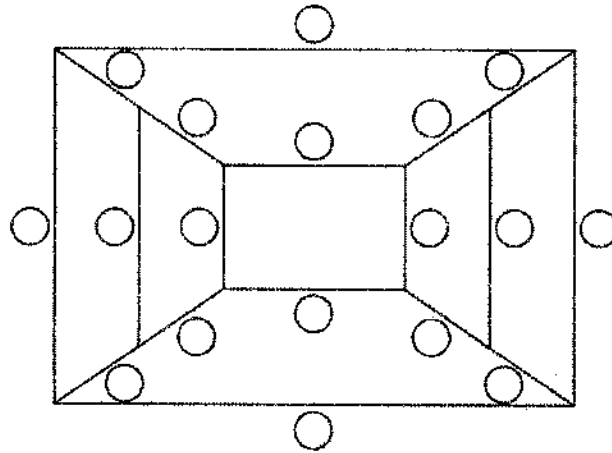


- I. පහත රූපයේ ABCD චතුරස්‍රයේ $\angle B = 135^\circ$ හා $\angle C = 120^\circ$ ක් වේ. තවද $AB = 2\sqrt{2} \text{ cm}$, $BC = 4 - 2\sqrt{2} \text{ cm}$, $CD = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ හා $AD = x \text{ cm}$ වේ. $x^2 - 4x$ හි සංඛ්‍යාත්මක අගය ගණනය කරන්න.

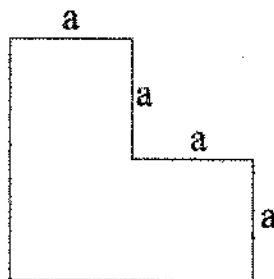


II.

- (a) පහත රූපයේ රේඛා ඛණ්ඩවලට 1, 2, 3, 4, ..., 18 යන අගයන් එක්වරක් පමණක් යෙදිය යුතුය. තවද රේඛා ඛණ්ඩ තුනක් හමුවන ස්ථානයේ ඇති රේඛා ඛණ්ඩවලට යොදා ඇති අගයන්ගේ එකතුව තුනෙන් බෙදිය යුතුය. මෙම අවශ්‍යතා තෘප්ත වන පරිදි පහත රූපයේ රේඛා ඛණ්ඩ සඳහා සුදුසු අගයන් සොයන්න. (එම අගයන් රූපයේ ඇති වෘත්ත සලකුණු මත ලියා දක්වන්න).



- (b) පහත දැක්වෙන රූපය සෑම කොටසකම හැඩය හා තරම සමාන වන පරිදි සමාන කොටස් හතරකට බෙදා දක්වන්න.



- (c) මධ්‍යස්ථයන්හි දිග පිළිවෙළින් 9cm, 12cm, හා 15cm වන ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.