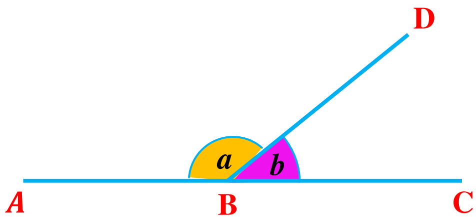
අ.පො.ස. (සා. පෙළ) ට නියමිත ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයයන්

1

ප්‍රමේයය

එක සරල රේඛාවක් තවත් සරල රේඛාවකට හමුවීමෙන් සෑදෙන බද්ධ කෝණ දෙකේ ඓක්‍යය සෘජු කෝණ දෙකකට සමාන වේ.



$A\hat{B}D + D\hat{B}C$ = සෘජුකෝණ 2 යි.

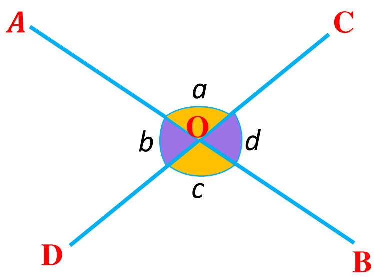
$a + b$ = සෘජුකෝණ 2 යි.

$a + b = 180^0$

2

ප්‍රමේයය

සරල රේඛා දෙකක් එකිනෙක ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන වේ.



$A\hat{O}C = D\hat{O}B$

$A\hat{O}D = C\hat{O}B$

$a = c$

$b = d$

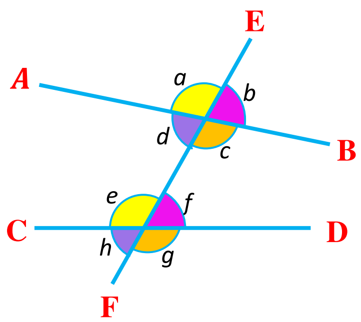
3

ප්‍රමේයය

සරල රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන

- අනුරූප කෝණ යුගලයක් සමාන වේ නම් හෝ
- ඒකාන්තර කෝණ යුගලයක් සමාන වේ නම් හෝ
- මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජු කෝණ දෙකකට සමාන වේ නම් හෝ

එම සරල රේඛා දෙක සමාන්තර වේ.



$a = e$ නම් හෝ

$b = f$ නම් හෝ

$c = g$ නම් හෝ

$d = h$ නම් හෝ

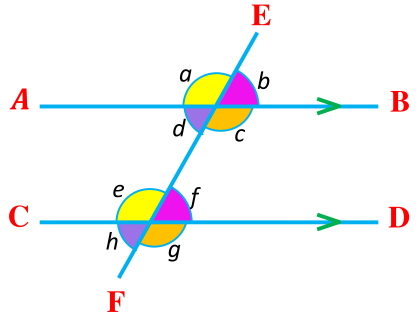
$AB \,//\, CD$ වේ.

- $d = f$ නම් හෝ $c = e$ නම් හෝ $AB \,//\, CD$ වේ.
- $c + f = 180^0$ නම් හෝ $d + e = 180^0$ නම් හෝ $AB \,//\, CD$ වේ.

4

ප්‍රමේයය

සමාන්තර රේඛා දෙකක් තීර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වීමෙන් සෑදෙන
(i) අනුරූප කෝණ සමාන වේ.
(ii) ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේ.
(iii) මිත්‍ර කෝණ යුගලයක ඓක්‍යය සෘජු කෝණ දෙකකට සමාන වේ.



(i) $AB \,//\, CD$ නම්

$a = e$

$b = f$

$c = g$

$d = h$

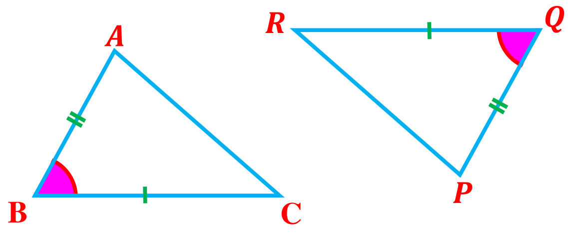
(ii) $AB \,//\, CD$ නම් $d = f$ සහ $c = e$ වේ.

(iii) $AB \,//\, CD$ නම් $c + f = 180^0$ සහ $d + e = 180^0$ වේ.

5

ප්‍රමේයය

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සහ අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (පා.කෝ.පා.)



ABC හා $PQR\ \Delta$ වල

$AB = PQ$

$BC = QR$

$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$

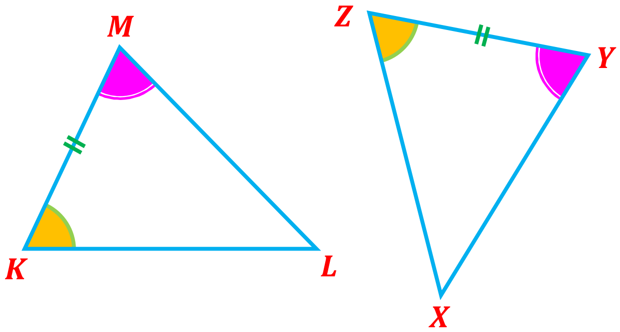
$\therefore ABC\ \Delta \equiv PQR\ \Delta$

(පා.කෝ.පා. අවස්ථාව)

6

ප්‍රමේයය

එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සහ පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (කෝ.කෝ.පා.)



KLM හා $XYZ\ \Delta$ වල

$M\hat{K}L = Y\hat{Z}X$

$L\hat{M}K = X\hat{Y}Z$

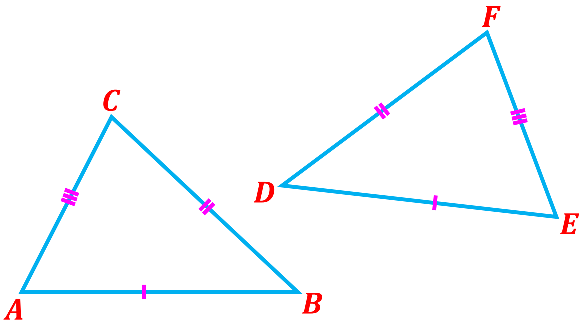
$MK = YZ$

$\therefore KLM\ \Delta \equiv XYZ\ \Delta$

(කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව)

7 ප්‍රමේයය

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනකට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (පා.පා.පා.)



ABC හා DEF Δ වල

$AB = DE$

$BC = DF$

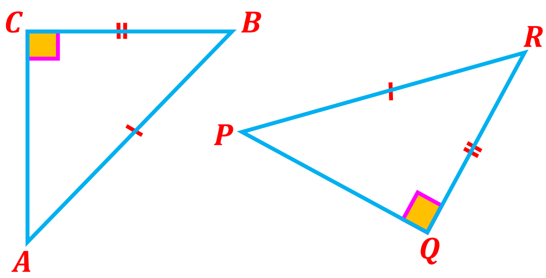
$CA = EF$

$\therefore ABC\ \Delta \equiv DEF\ \Delta$

(පා.පා.පා. අවස්ථාව)

8 ප්‍රමේයය

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් තවත් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. (කර්ණ පා.)



ABC හා PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල

$AB = PR$

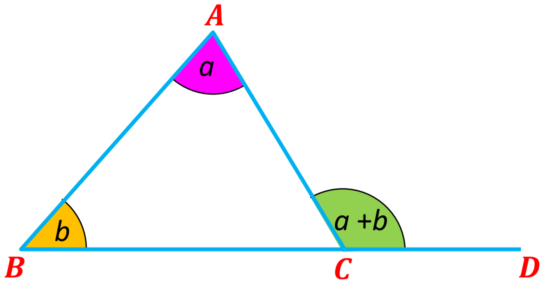
$BC = QR$

$\therefore ABC\ \Delta \equiv PQR\ \Delta$

(කර්ණ පා. අවස්ථාව)

9 ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යයට සමානවේ.

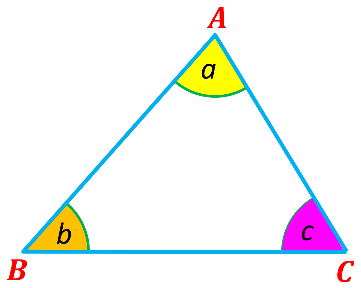


$$A\hat{B}C + B\hat{A}C = A\hat{C}D$$

10

ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180^0 කි.



$$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$$

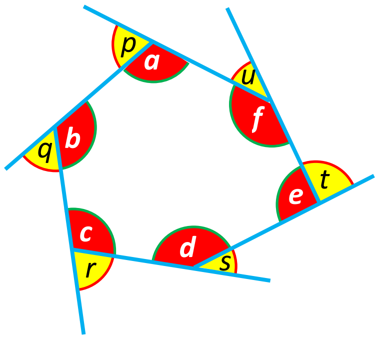
$$a + b + c = 180^0$$

11

ප්‍රමේයය

පාද n ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ලෙහි ඓක්‍යය සෘජුකෝණ (2n - 4) ක් වේ.

: පාද n ඇති බහු අස්‍රයක බාහිර කෝණ සියල්ලෙහි ඓක්‍යය 360^0 ක් වේ.



$$p + q + r + s + t + u = 360^0$$

a + b + c + d + e + f
= සෘජුකෝණ $(2n - 4)$
= සෘජුකෝණ $(2 \times 6 - 4)$
= සෘජුකෝණ 8
= 8×90^0
= 720^0

a + b + c + d + e + f
= $180^0 \times (n - 2)$
= $180^0 \times (6 - 2)$
= $180^0 \times 4$
= 720^0

12

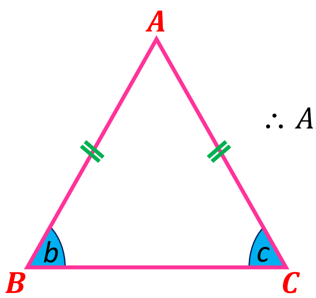
ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමානවේ නම් ඒ පාද දෙකට සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.

13

ප්‍රමේයය

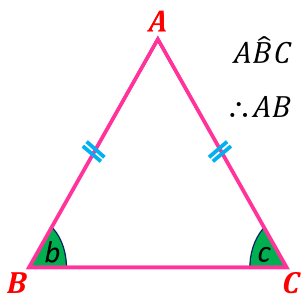
ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම් ඒ කෝණ දෙකට සම්මුඛ පාද සමාන වේ.



$AB = AC$ වේ.

$\therefore A\hat{B}C = A\hat{C}B$

$b = c$



$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ වේ.

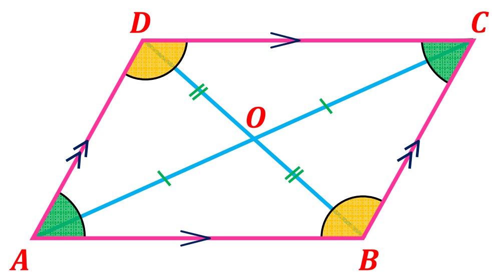
$\therefore AB = AC$ වේ.

14 ප්‍රමේයය

සමාන්තරාස්‍රයක (i) සම්මුඛ පාද සමාන වේ. (ii) සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
(iii) එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.

15 ප්‍රමේයය

(iv) සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.



$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ

(i) $AD = BC$, $AB = CD$

(ii) $B\hat{A}D = B\hat{C}D$, $A\hat{B}C = A\hat{D}C$

(iii) $ABD\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $BCD\ \Delta$ ව.ඵ.

$ABC\ \Delta$ ව.ඵ. $=$ $ACD\ \Delta$ ව.ඵ.

(iv) $AO = OC$, $BO = OD$

16 ප්‍රමේයය

චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

17 ප්‍රමේයය

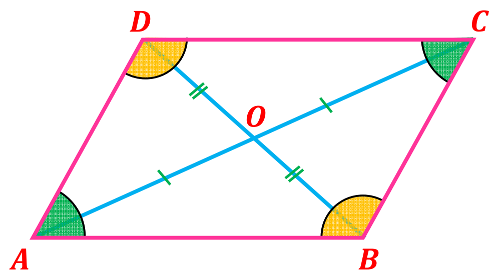
චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

18 ප්‍රමේයය

චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ නම් එය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

19 ප්‍රමේයය

චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.



$ABCD$ චතුරස්‍රයේ

(i) AD = BC සහ AB = DC නම් හෝ

(ii) $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ සහ $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ නම් හෝ

(iii) AO = OC සහ BO = OD නම් හෝ

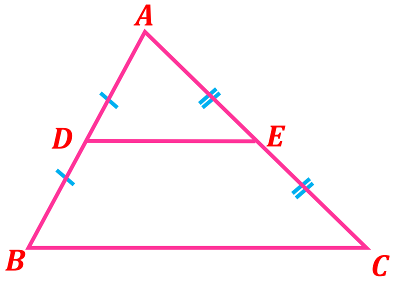
(iv) AD = BC සහ AD // BC නම් හෝ

AB = DC සහ AB // DC නම් හෝ

ABCD චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

20 ප්‍රමේයය (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය)

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාව ත්‍රිකෝණයෙහි ඉතිරි පාදයට සමාන්තර වන අතර, දිගින් එම පාදයෙන් හරි අඩක් වේ.



AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද

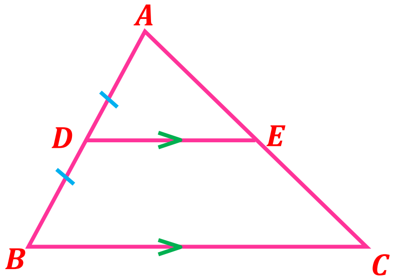
AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E ද වේ.

(i) $DE \,//\, BC$

(ii) $DE = \frac{1}{2}BC$

21 ප්‍රමේයය (මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයයෙහි විලෝමය)

ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා තවත් පාදයකට සමාන්තරව අඳින රේඛාවෙන් ඉතිරි පාදය සමච්ඡේදනය වේ.



AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D ද

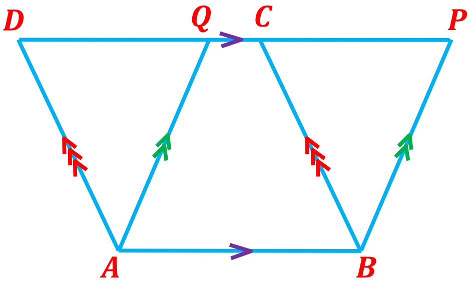
$DE \,//\, BC$ ද වේ.

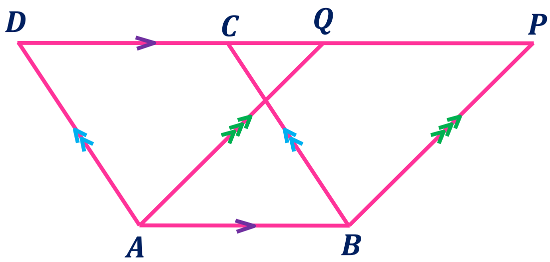
එවිට AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වේ.

එනම් $AE = EC$ වේ.

22 ප්‍රමේයය

එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි සමාන්තරාස්‍ර වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

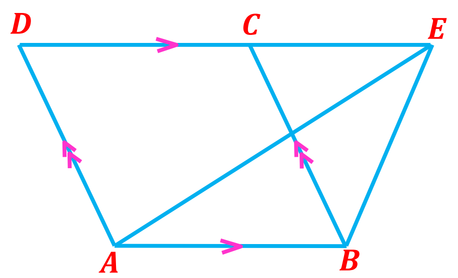


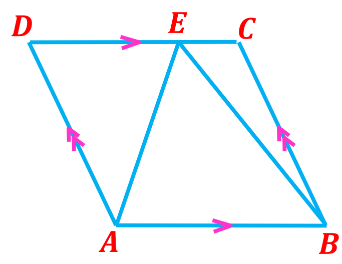


$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABPQ$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

23 ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක් ද සමාන්තරාස්‍රයක් ද එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටා ඇත්නම් ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලයෙන් හරි අඩකට සමාන වේ.

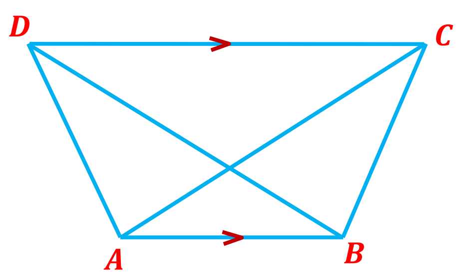


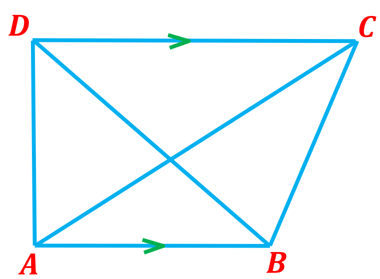


ABE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = $\frac{1}{2}$ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

24 ප්‍රමේයය

එකම ආධාරකය මත හා එකම සමාන්තර රේඛා අතර පිහිටි ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වේ.

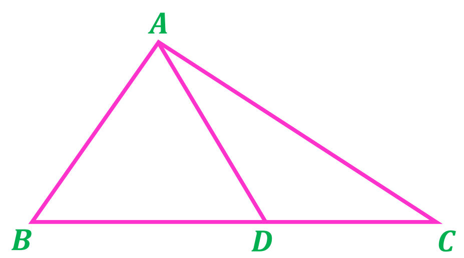




ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

25 ප්‍රමේයය

ආධාරක එකම සරල රේඛාවක පිහිටි පොදු ශීර්ෂයක් ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල ආධාරකවල දිගට සමානුපාතික වේ.



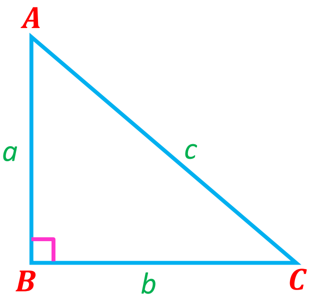
$\triangle ABD : \triangle ADC = BD : DC$

$\triangle ABD : \triangle ABC = BD : BC$

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය = ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

26 ප්‍රමේයය (පයිතගරස් ප්‍රමේයය)

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සෘජු කෝණය අඩංගු පාද මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්ගේ එකතුවට සමාන වේ.



$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

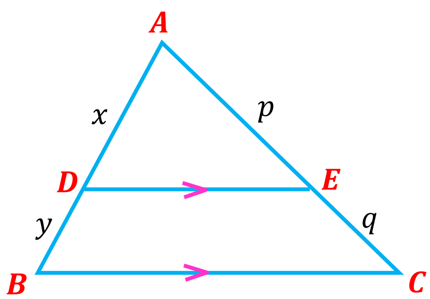
27 ප්‍රමේයය

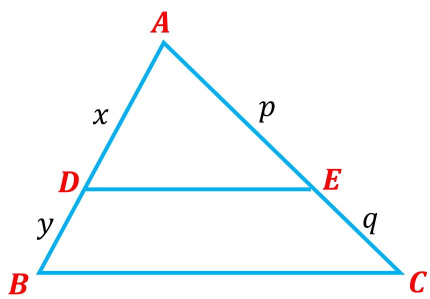
ත්‍රිකෝණයක එක පාදයකට සමාන්තරව අඳින ලද සරල රේඛාවක් එහි ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතිකව බෙදයි.

28 ප්‍රමේයය

(ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

සරල රේඛාවක් මගින් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමානුපාතිකව බෙදේ නම් ඒ සරල රේඛාව ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාදයට සමාන්තර වේ.





ABC ත්‍රිකෝණයේ, BC // DE වේ.

එවිට, $AD : DB = AE : EC$ එනම් $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ වේ.

$x : y = p : q$ $\quad$ $\frac{x}{y} = \frac{p}{q}$

ABC ත්‍රිකෝණයේ, $AD : DB = AE : EC$ වේ.

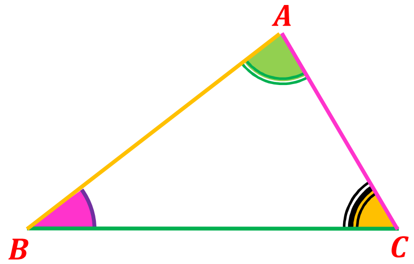
එවිට, $DE \;//\; BC$ වේ.

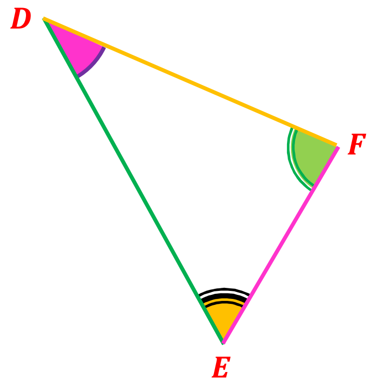
29 ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමකෝණී වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙකේ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

30 ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණ දෙකක පාද සමානුපාතික නම්, ඒ ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ
(එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමානුපාතික වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණික වේ.)





ABC සහ DEF ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණී නම්, $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EF}$ වේ.

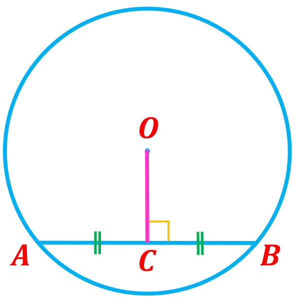
ABC සහ DEF ත්‍රිකෝණ දෙකේ $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EF}$ නම්, ABC සහ DEF ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණී වේ.

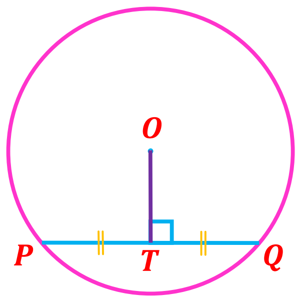
31 ප්‍රමේයය

වෘත්තයක ජ්‍යායක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රයට යා කරන රේඛාව ජ්‍යායට ලම්බ වේ.

32 ප්‍රමේයය

(ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය)
වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ සිට ජ්‍යායට අඳින ලද ලම්බයෙන් ජ්‍යාය සමච්ඡේදනය වේ.



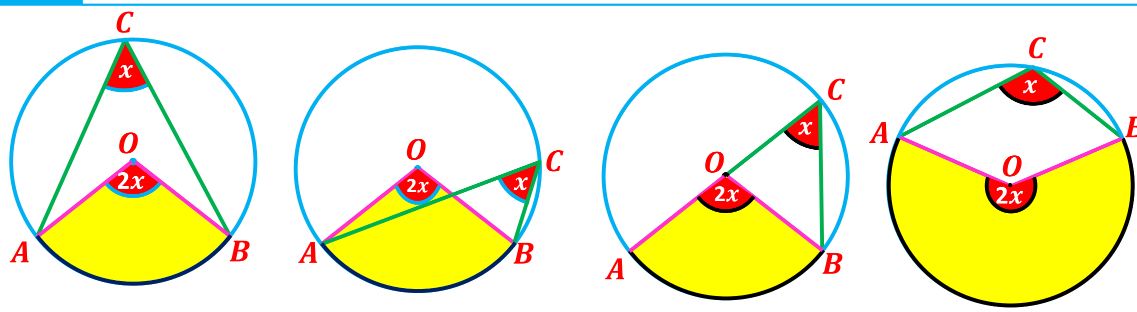


AB ජ්‍යායයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C නම්
$AB \perp OC$ වේ.

$OT \perp PQ$ නම්
$PT = TQ$ වේ.

33 ප්‍රමේයය

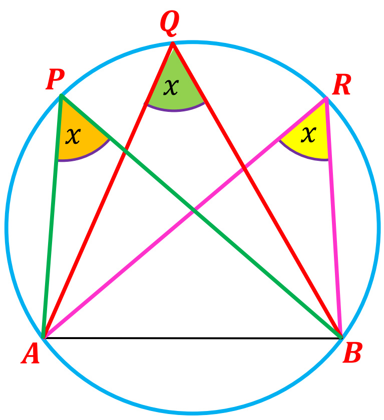
වෘත්ත චාපයකින් කේන්ද්‍රය මත ආපාතනය කරන කෝණය එම චාපය මගින් වෘත්තයේ ඉතිරි කොටස මත ආපාතනය කරන කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වේ.



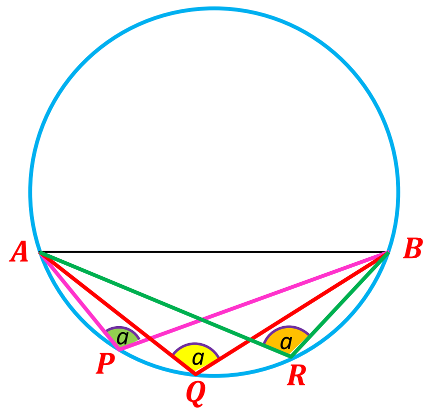
$$A\hat{O}B = 2\,A\hat{C}B$$

34 ප්‍රමේයය

වෘත්තයක එකම ඛණ්ඩයේ කෝණ සමාන වේ.



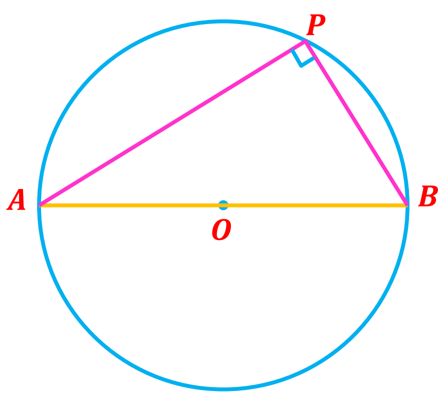
$$A\hat{P}B = A\hat{Q}B = A\hat{R}B$$



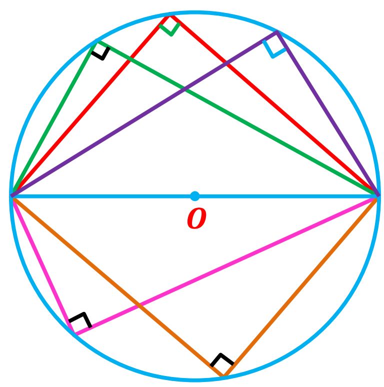
$$A\hat{P}B = A\hat{Q}B = A\hat{R}B$$

35 ප්‍රමේයය

අර්ධ වෘත්තයක පිහිටි කෝණය සෘජුකෝණයක් වේ.



$$A\hat{P}B = 90^0$$



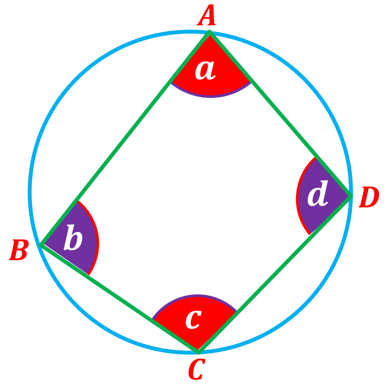
36 ප්‍රමේයය

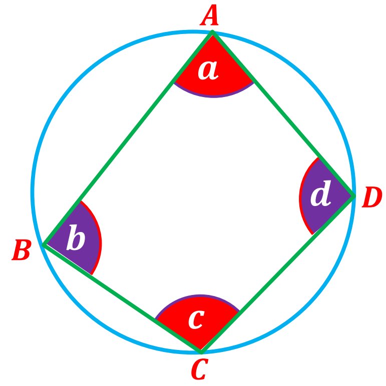
වෘත්ත චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ පරිපූරක වේ.

37 ප්‍රමේයය

(ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් පරිපූරක නම් එම චතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ වෘත්තයක් මත පිහිටයි.





$ABCD$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් නිසා

$A\hat{B}C + C\hat{D}A = 180^0$ $(b + d = 180^0)$

$B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^0$ $(a + c = 180^0)$

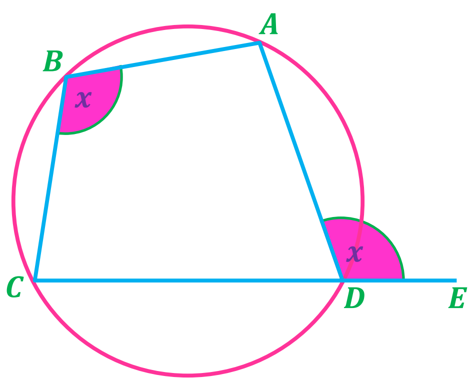
$A\hat{B}C + C\hat{D}A = 180^0$ ද හෝ

$B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^0$ ද හෝ නම්,

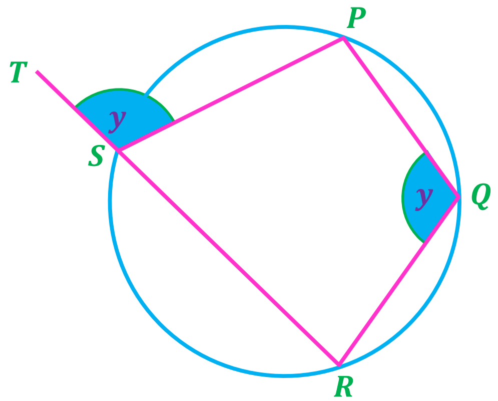
$ABCD$ වෘත්ත චතුරස්‍රයක් වේ.

38 ප්‍රමේයය

වෘත්ත චතුරස්‍රයක පාදයක් දික් කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණය අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණයට සමාන වේ.



$A\hat{B}C = A\hat{D}E$



$P\hat{Q}R = P\hat{S}T$

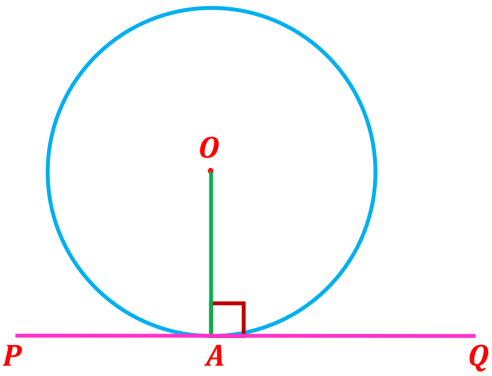
39 ප්‍රමේයය

වෘත්තයක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ අරයට ලම්බව ඇඳි රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ.

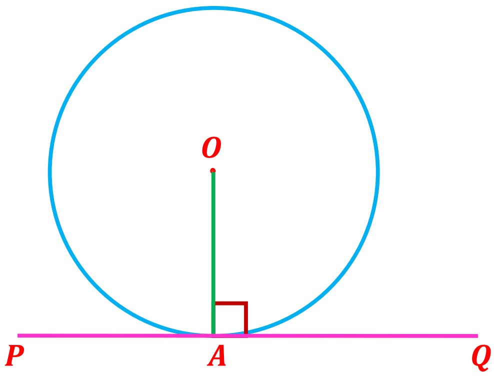
40 ප්‍රමේයය

(ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය)

වෘත්තයක් මත ලක්ෂ්‍යයක දී අඳින ලද ස්පර්ශකය, එම ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අරයට ලම්බ වේ.



$OA \perp PQ$ නම් PQ රේඛාව වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් වේ.



වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. A යනු ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයයි. OA , PQ ට ලම්බ වේ.

$$OA \perp PQ$$

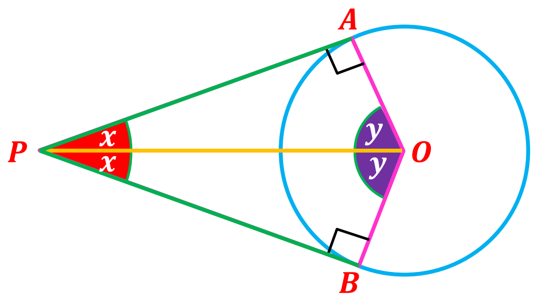
41 ප්‍රමේයය

බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්තයකට ස්පර්ශක දෙකක් අඳිනු ලැබේ නම් එම,

(i) ස්පර්ශක දෙක දිගින් සමාන වේ.

(ii) ස්පර්ශකවලින් වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ සමාන කෝණ ආපාතනය කරයි.

(iii) බාහිර ලක්ෂ්‍යය හා කේන්ද්‍රය යා කරන සරල රේඛාව, ස්පර්ශක අතර කෝණය සමච්ඡේදනය කරයි



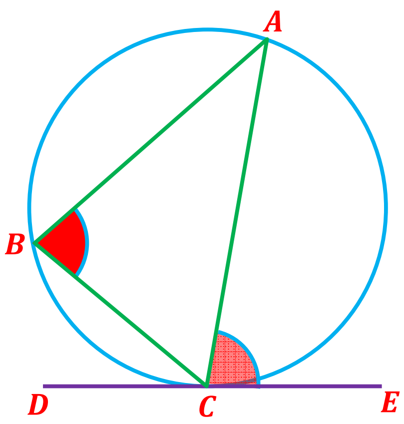
(i) $PA = PB$

(ii) $P\hat{O}A = P\hat{O}B$

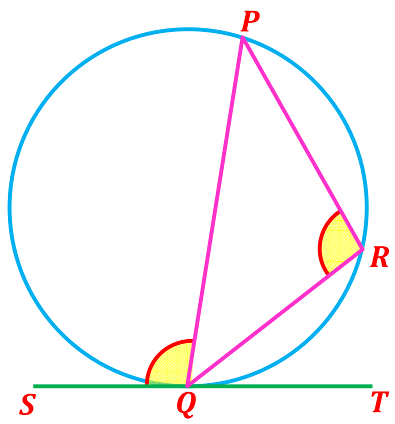
(iii) $O\hat{P}A = O\hat{P}B$

42 ප්‍රමේයය

වෘත්තයකට ඇඳි ස්පර්ශකයත්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ජ්‍යායත් අතර කෝණය ඒකාන්තර වෘත්ත ඛණ්ඩයේ කෝණයට සමාන වේ.



$A\hat{C}E = A\hat{B}C$



$P\hat{Q}S = P\hat{R}Q$